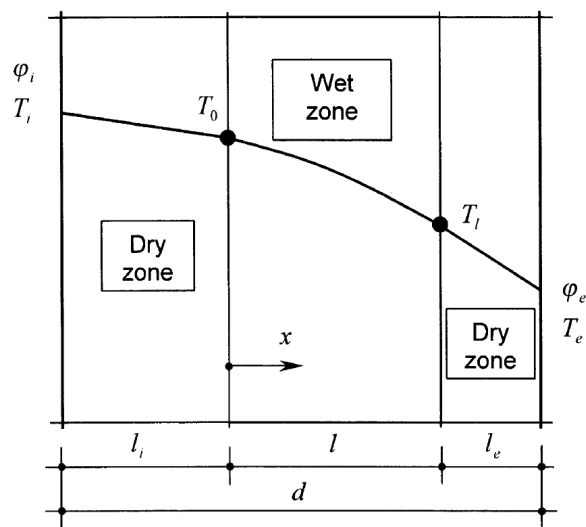


OŚRODKI WIELOSKŁADNIKOWE

9. KONDENSACJA PARY WODNEJ W WARSTWIE

Rozważmy **warstwę** materiału porowatego o grubości l , w której kondensuje **para wodna**.



Rys. 9.1. Strefa kondensacji

Kondensacja ta powoduje:

- zmniejszenie ilości pary wodnej,
- zwiększenie ilości wody,
- podwyższenie temperatury warstwy.

Kondensująca para wodna stanowi **źródło kondensatu** (wody) oraz **źródło ciepła**, a procesy: dyfuzji pary wodnej, przepływu wody i przewodzenia ciepła są **sprzężone przez szybkość kondensacji**.

W takim przypadku pola: **temperatury** T , **koncentracji masowej pary wodnej** $c \equiv c_{\text{sat}}$ i **koncentracji objętościowej wody** w możemy otrzymać na drodze rozwiązania następującego układu równań

$$\rho_L \frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_L D_L \nabla w) + R$$

$$\rho_G (\epsilon - w) \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_G D_{\text{eff}} \nabla c) - R$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = C_L (\rho_L D_L \nabla w) \cdot \nabla T + \nabla \cdot (k_{\text{eff}} \nabla T) + LR$$

Pomijając w ostatnim równaniu składnik $\rho_L D_L \nabla w$ (ujmujący przenoszenie ciepła przez wodę migrującą w porach materiału) dostajemy w rozważanym przypadku jednowymiarowym

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + LR, \quad x \in (0, l)$$

$$\rho_L \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_L D_L \frac{\partial w}{\partial x} \right) + R, \quad x \in (0, l)$$

$$\rho_G (\epsilon - w) \frac{\partial c_{\text{sat}}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_G D_{\text{eff}} \frac{\partial c_{\text{sat}}}{\partial x} \right) - R, \quad x \in (0, l)$$

Szczegółowa postać powyższych równań jest zależna od etapu procesu kondensacji.

9.1. ETAPY PROCESU KONDENSACJI

Etap 1. $t > 0$. Rozwiązanie układu równań jest możliwe tylko numerycznie.

$$c_{sat} = c_{sat}(x, t), \quad T = T(x, t), \quad w = w(t) < w_{kr}$$

w_{kr} – **wilgotność krytyczna** (zawartości wilgoci początkująca ruch kapilarny wody).

Etap 2. $t \gg l/D_{eff}$. Rozwiązanie układu równań jest możliwe analitycznie.

$$c_{sat} = c_{sat}(x), \quad T = T(x), \quad w = w(t) < w_{kr}$$

$$\frac{d}{dx} \left(k_{eff} \frac{dT}{dx} \right) + LR = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left(\rho_G D_{eff} \frac{dc_{sat}}{dx} \right) - R = 0$$

$$\rho_L \frac{dw}{dt} = R, \quad w < w_{kr}$$

Ponieważ

$$c_{sat} = c_{sat}(T)$$

zatem

$$\frac{dc_{sat}}{dx} = \frac{dc_{sat}}{dT} \frac{dT}{dx}$$

Powyższa zależność pozwala zapisać drugie z powyższych równań w postaci

$$R = \frac{d}{dx} \left(\rho_G D_{eff} \frac{dc_{sat}}{dT} \frac{dT}{dx} \right)$$

Podstawiając powyższą zależność do równania pierwszego dostajemy nieliniowe równanie różniczkowe

$$\frac{d}{dx} \left[\left(k_{eff} + L \rho_a D_{eff} \frac{dc_{sat}}{dT} \right) \frac{dT}{dx} \right] = 0 \rightarrow T(x)$$

Obliczona temperatura T pozwala z pierwszego równania wyznaczyć szybkość kondensacji R , która z kolei pozwala z równania drugiego wyznaczyć koncentrację pary wodnej c_{sat} , natomiast z równania trzeciego – zawartość wody w w warstwie.

Etap 3. $t = w_{kr} \rho_L / R$. Rozwiązanie układu równań jest możliwe tylko numerycznie.

$$c_{sat} = c_{sat}(x, t), T = T(x, t), w = w(x, t) = w_{kr}$$

Etap 4. $t \gg w_{kr} \rho_L / R + l^2 / D_L$. Rozwiązanie układu równań jest możliwe analitycznie.

$$c_{sat} = c_{sat}(x), T = T(x), w = w(x) > w_{kr}$$

Temperaturę T i szybkość kondensacji R obliczamy jak w etapie drugim, natomiast zawartość wody w z równania

$$\frac{d}{dx} \left(\rho_L D_L \frac{dw}{dx} \right) + R = 0, \quad w > w_{kr}$$

Z przedstawionych powyżej rozważań wynika, że zjawisku kondensacji pary wodnej w materiale porowatym towarzyszą procesy przenoszenia masy i energii, które to procesy są ze sobą sprzężone i nie można ich rozpatrywać niezależnie od siebie.

9.2. ZADANIE BRZEGOWE

Wyznamy temperaturę $T(x)$ i koncentrację objętościową wody $w(x, t)$ trakcie drugiego etapu procesu kondensacji.

Korzystając z zależności

$$c_{sat}(T) = \frac{p_{sat}(T)}{\rho_G R_v T}$$

p_{sat} – ciśnienie cząstkowe pary wodnej nasyconej,

R_v – stała gazowa pary wodnej,

oraz równania **CLAUSIUSA-CLAPEYRONA**

$$c_{sat}(T) = \frac{p_{sat}(T)}{\rho_G R_v T}$$

zapisujemy wyprowadzone w etapie drugim nieliniowe równanie różniczkowe jako

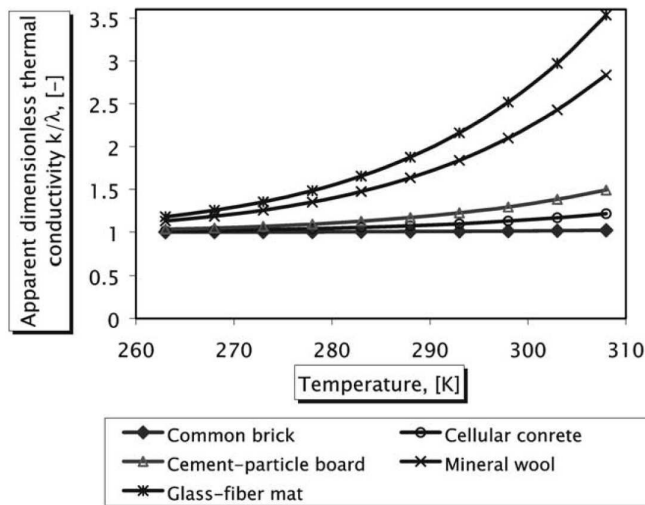
$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0$$

W powyższym równaniu zdefiniowano **współczynnik pozornej przewodności cieplnej**

$$k(T) = k_{eff} + \frac{D_p L^2}{R_v} \frac{\rho_{sat}}{T^2} \left(1 - \frac{R_v T}{L} \right)$$

gdzie D_p – jest **współczynnikiem przepuszczalności pary wodnej**

$$D_p = \frac{D_{eff}}{T}$$



Rys. 9.2. Bezwymiarowa pozorna przewodność cieplna

Wykorzystując warunki brzegowe:

$$T(0) = T_o, \quad T(l) = T_i$$

oraz przedstawiając funkcję k w przybliżonej postaci

$$k(T) = k(T_o) K^{\frac{T_o - T}{T_o - T_i}}$$

gdzie

$$K = \frac{k(T_o)}{k(T_i)}, \quad 0 < K < 1$$

otrzymujemy wzór określający temperaturę w strefie kondensacji

$$T(x) = T_o - \frac{T_o - T_i}{\ln K} \ln \left[(K - 1) \frac{x}{l} + 1 \right]$$

Podstawiając powyższą temperaturę do równania pierwszego otrzymujemy wyrażenie określające szybkość kondensacji

$$R(x) = \frac{K^2 R_{\max}}{\left[(K - 1) \frac{x}{l} + 1 \right]^2}$$

gdzie

$$R_{\max} = R(l) = - \frac{k_{\text{eff}} (T_o - T_i) (K - 1)^2}{l^2 L K^2 \ln K}$$

Wykorzystując następnie wyrażenie określające szybkość kondensacji i warunek początkowy

$$w(x,0) = w_o$$

oraz całkując trzecie z równań, otrzymujemy wyrażenie określające koncentrację objętościową wody w strefie kondensacji

$$w(x,t) = w_o + \frac{K^2 R_{\max} t}{\rho_L \left[(K-1) \frac{x}{l} + 1 \right]^2}$$

skąd wynika, że

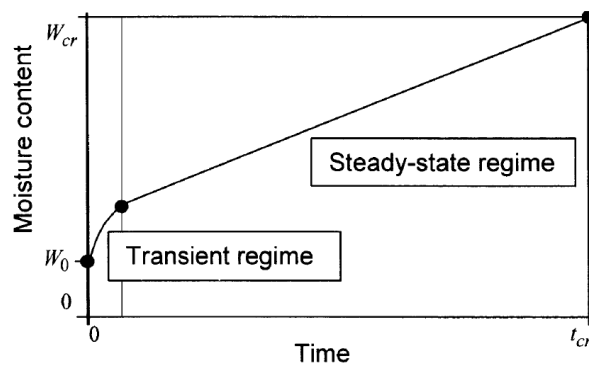
$$w_{\max}(t) = w(l,t) = w_o + R_{\max} t / \rho_L, \quad w < w_{cr}$$

Drugi etap kondensacji kończy się, gdy

$$w = w_{cr} = w_{\max}(t_{cr}) = w_o + R_{\max} t_{cr} / \rho_L$$

Wynika stąd, że

$$t_{cr} = \rho_L (w_{cr} - w_o) / R_{\max}$$

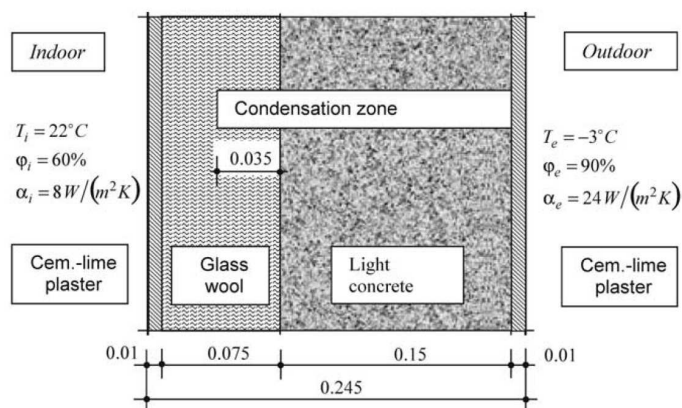


Rys. 9.3. Zmiany wilgotności warstwy w pierwszych dwóch etapach kondensacji

9.3. PRZYKŁAD LICZBOWY

Rozważmy przegrodę wykonaną z lekkiego betonu ocieplonego watą szklaną, w której zachodzi kondensacja pary wodnej. Należy obliczyć zmiany zawartości wody w strefie kondensacji (położenie i szerokość tej strefy zostały wyznaczone numerycznie).

Przegroda ta jest ocieplona od wewnątrz, czyli nie jest wykonana zgodnie z zasadami sztuki budowlanej – rozwiązanie takie zostało przyjęte na potrzeby przykładu w celu uwypuklenia zjawiska kondensacji.



Rys. 9.4. Przegroda budowlana

Dane:

$$l = 0.035 \text{ m}$$

$$T_o = 282.96 \text{ K} (9.8^\circ \text{ C})$$

$$T_i = 273.66 \text{ K} (0.5^\circ \text{ C})$$

$$w_o = 0.0006 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

$$\rho_L = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$k_{eff} = 0.05 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}),$$

$$D_p = 167 \cdot 10^{-12} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{Pa})$$

$$R_v = 461.9 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

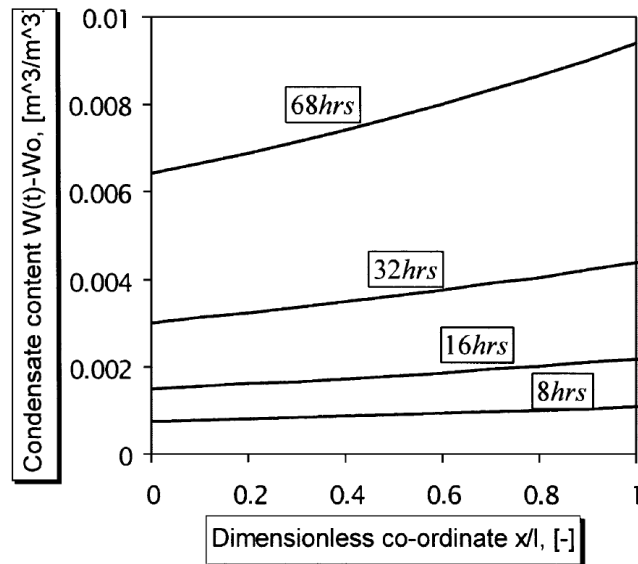
$$L = 2.5 \cdot 10^6 \text{ J}/\text{kg}$$

Obliczamy

$$K = 0.8277$$

$$R_{max} = 167 \cdot 10^{-12} \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$$

a następnie z wyrażenia określającego koncentrację objętościową wody w strefie kondensacji wyznaczamy zmiany jej zawilgocenia.



Rys. 9.5. Zmiany wilgotności warstwy w drugim etapie kondensacji