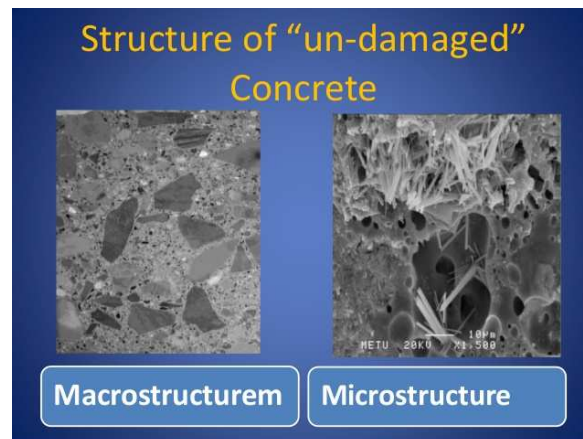


# OŚRODKI WIELOSŁADNIKOWE

## 8. OŚRODEK POROWATY

Materiał budowlany może charakteryzować się strukturą:

- porowatą (np. cegła, beton, gazobeton),
- włóknistą (np. drewno, wełna mineralna),
- zwartą (np. szkło, metale),
- ziarnistą (np. kruszywa naturalne i sztuczne).



Rys. 8.1. Struktura betonu

**Materiał (ośrodek) porowaty** składa się ze **szkieletu** i dużej liczby pustych przestrzeni (**porów**) o wielkości względnie małej, w porównaniu z wymiarami charakterystycznymi samego ośrodka.

Pory w materiałach budowlanych mogą być:

- **cyldryczne,**
- **kuliste,**
- **szczelinowe,**

zaś ich wielkość zależy głównie od rodzaju materiału.

Pory, z uwagi na ich **efektywny promień**  $r_{eff}$  (wielkość umowna, wyznaczana z pomiarów sorpcyjnych lub porozymetrycznych) dzielimy na:

- **mikropory**,  $r_{eff} \leq 2 \text{ nm}$ ,
- **mezopory**,  $2 \text{ nm} < r_{eff} \leq 50 \text{ nm}$ ,
- **makropory**,  $r_{eff} > 50 \text{ nm}$ .

W materiałach o silnie rozwiniętej powierzchni wewnętrznej mikro – i mezopory stanowią zdecydowaną część ich objętości i mają największy wpływ na ruch cząstek wody.

Jeśli pory materiału są wypełnione częściowo wilgotnym powietrzem a częściowo wodą, to nazywamy go ośrodkiem **nienasyconym**.

Typowy, nienasycony porowaty materiał budowlany składa się z dwóch faz jednoskładnikowych:

- **stałej (szkieletu S)**
- **ciekłej (wody L)**

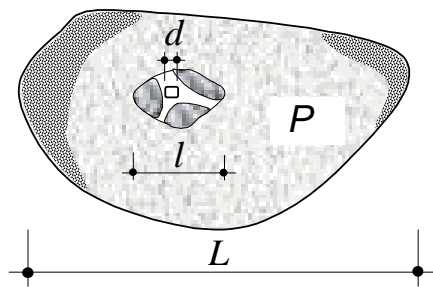
oraz jednej fazy dwuskładnikowej, **gazowej (wilgotnego powietrza G)**, będącej mieszaniną:

- **pary wodnej  $v$**
- **suchego powietrza  $a$ .**

**Fazami** nazywamy części ośrodka porowatego, różniące się właściwościami fizycznymi, oddzielone od siebie **powierzchniami międzyfazowymi**, na których zachodzą procesy **wymiany masy i energii**.

Z uwagi na złożoną strukturę materiału porowatego opis procesów fizycznych w nim zachodzących jest zagadnieniem **trudnym**.

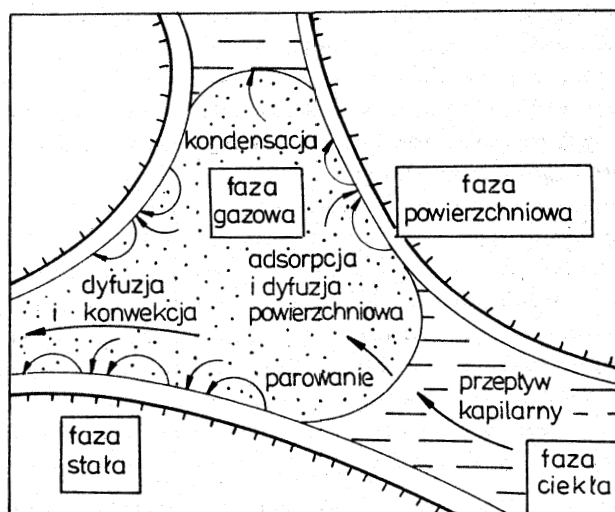
Jeśli ośrodek porowaty charakteryzuje się odpowiednią strukturą wewnętrzną (spełnia warunek **rozdzielczości i periodyczności** skal), to można w nim wydzielić myślowo elementarny **obszar reprezentatywny** i wykorzystując metody **homogenizacji (uśrednienia)**, zastąpić go ekwiwalentnym **ośrodkiem ciągłym**, zaś właściwości ośrodka porowatego określić przy pomocy **wielkości średnich**.



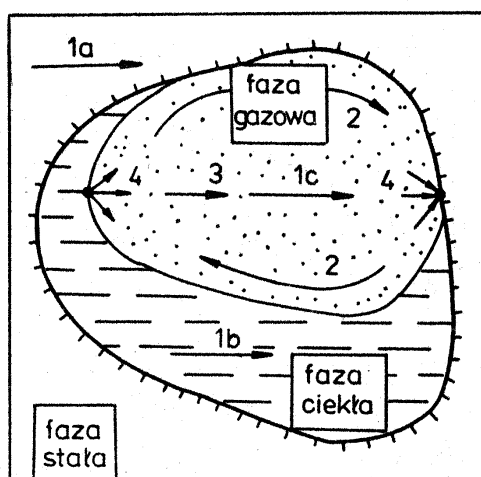
Rys. 8.2. Skale ośrodka porowatego

$$d \ll l \ll L$$

$d$  – mikroskala,  
 $l$  – mezoskala,  
 $L$  – makroskala.



Rys. 8.3. Przenoszenie wilgoci w nienasyconym materiale porowatym



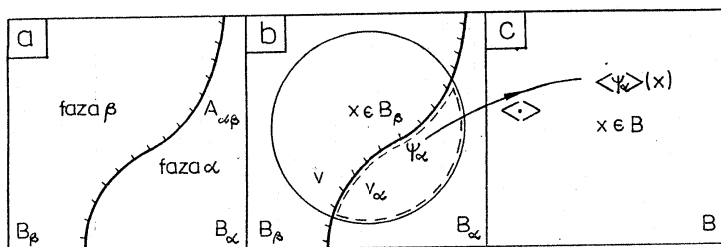
Rys. 8.4. Przenoszenie ciepła w nienasyconym materiale porowatym: 1 – przewodzenie, 2 – unoszenie, 3 – promieniowanie, 4 – parowanie i kondensacja

Jedną z prostszych metod homogenizacji jest **metoda lokalnego uśredniania przestrzennego**, która nie wymaga szczegółowych danych dotyczących struktury wewnętrznej materiału porowatego, zaś wielkości uśrednione są stosunkowo łatwe do pomierzenia.

Wykorzystując tę metodę do analizy procesów zachodzących w ośrodku porowatym, musimy znać w mikroskali:

- **wielkości fizyczne** opisujące rozważany proces,
- lokalne **równania bilansów**,
- **równania fizyczne** (konstrytuwne) i **parametry materiałowe** w nich występujące,
- **geometrię ośrodka** porowatego.

W efekcie procesu uśredniania uzyskujemy pełny opis zagadnienia w mezoskali, odniesiony do ekwiwalentnego ośrodka ciągłego.



Rys. 8.5. Schemat uśredniania przestrzennego

## 8.1. UŚREDNIANIE PRZESTRZENNE

Rozważmy wielofazowy ośrodek porowaty  $P$ , składający się z faz  $P_A$ ,  $A = 1, \dots, N$ , i wybierzmy w nim **reprezentatywny obszar uśredniania** w postaci **kuli** o środku w punkcie  $\mathbf{x}$  i objętości  $V$ . Zakładamy, że

obszar ten zawsze zawiera wszystkie fazy rozpatrywanego ośrodka.

Dowolna faza  $P_A$  zajmuje w obszarze uśredniania podobzdar o objętości  $V_A$ , przy czym

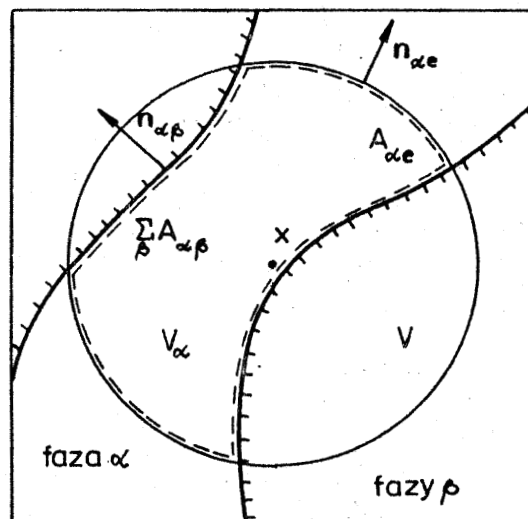
$$V = \sum_A V_A$$

i polu powierzchni  $A_A$

$$A_A = A_{Ae} + \sum_{B \neq A} A_{AB}$$

$A_{Ae}$  – przebiega przez rozpatrywaną fazę,

$A_{AB}$  – oddziela fazę  $P_A$  od pozostałych faz  $P_B$ .



Rys. 8.6. Obszar uśredniania

Jeśli  $\psi$  oznacza pewną właściwość ośrodka porowatego, natomiast  $\psi_A$  – tę samą właściwość zawartej w nim fazy, to w każdym punkcie  $\mathbf{x}$  ośrodka i w każdej chwili  $t$  możemy zdefiniować:

- **średnią wewnątrzfazową**

$$\langle \psi_A \rangle^A \equiv \frac{1}{V_A} \int_{V_A} \psi_A dV$$

- **średnią fazową**

$$\langle \psi_A \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_{V_A} \psi_A dV = w_A \langle \psi_A \rangle^A$$

- **średnią przestrzenną**

$$\langle \psi \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V \psi dV = \sum_A \langle \psi_A \rangle$$

gdzie  $w_A$  jest **koncentracją objętościową** fazy

$$w_A \equiv \frac{1}{V} \int_{V_A} dV = \frac{V_A}{V}, \quad \sum_A w_A = 1$$

Jeśli  $\psi_A = \text{const.}$  to  $\langle \psi_A \rangle^A = \psi_A$

Jeśli  $\psi_A \cong \langle \psi_A \rangle^A$  oraz  $\varphi_A \cong \langle \varphi_A \rangle^A$ , to

$$\langle \psi_A \varphi_A \rangle \cong \langle \psi_A \rangle \langle \varphi_A \rangle^A$$

- **średnią z pochodnej lokalnej**

$$\left\langle \frac{\partial \psi_A}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle \psi_A \rangle}{\partial t} - \sum_{B \neq A} \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} \psi_A \mathbf{v}_{AB} \cdot \mathbf{n}_{AB} dA$$

$\mathbf{v}_{AB}$  – prędkość powierzchni międzyfazowej  $A_{AB}$ ,  
 $\mathbf{n}_{AB}$  – wektor normalny do powierzchni międzyfazowej  $A_{AB}$ .

Gdy  $\mathbf{v}_{AB} = 0$ , to  $\langle \partial \psi_A / \partial t \rangle = \partial \langle \psi_A \rangle / \partial t$

- **średnią z gradientu** funkcji skalarnej  $\psi_A$

$$\langle \nabla \psi_A \rangle = w_A \nabla \langle \psi_A \rangle^A + \sum_{B \neq A} \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} \tilde{\psi}_A \mathbf{n}_{AB} dA$$

gdzie  $\tilde{\psi}_A$  jest **odchyleniem fazowym** rozważanej funkcji

$$\tilde{\psi}_A = \psi_A - \langle \psi_A \rangle^A$$

- **średnią z dywergencji** funkcji wektorowej  $\psi_A \mathbf{v}$

$$\langle \nabla \cdot (\psi_A \mathbf{v}) \rangle = \nabla \cdot \langle \psi_A \mathbf{v} \rangle + \sum_{B \neq A} \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} \psi_A \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{AB} dA$$

Dodając średnią z pochodnej lokalnej i średnią z dywergencji stronami dostajemy



$$\left\langle \frac{\partial \psi_A}{\partial t} \right\rangle + \langle \nabla \cdot (\psi_A \mathbf{v}_A) \rangle = \frac{\partial \langle \psi_A \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \psi_A \mathbf{v}_A \rangle + R_{AB}$$

gdzie

$$R_{AB} = \sum_{B \neq A} \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} \psi_A (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_{AB}) \cdot \mathbf{n}_{AB} dA$$

oznacza makroskopowy strumień właściwości  $\psi_A$  fazy  $P_A$  wymieniany z fazą  $P_B$  przez powierzchnię międzyfazową  $A_{AB}$ . Powyższa relacja jest wykorzystywana do uśredniania lewej strony różniczkowego równania bilansu.

## 8.2. UŚREDNIONE RÓWNANIA BILANSOWE I FIZYCZNE FAZY

### 8.2.1. Uśrednione równanie bilansu masy fazy

Uśredniając równanie bilansu masy dostajemy

$$\frac{\partial (w_A \langle \rho_A \rangle^A)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\langle \rho_A \rangle^A \langle \mathbf{v}_A \rangle) - \sum_{B \neq A} R_{AB}$$

gdzie

$$R_{AB} = -R_{BA} = \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} \rho_A (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_{AB}) \cdot \mathbf{n}_{AB} dA$$

jest strumieniem masy wymienianej przez powierzchnię międzyfazową (szybkością przemiany fazowej).

### 8.2.2. Uśrednione równanie bilansu masy składnika

W przypadku fazy będącej mieszaniną składników  $C_\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, n$ ), powyższe równania zapisujemy jako

$$\frac{\partial(w_A \langle \rho_\alpha \rangle^A)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\langle \rho_\alpha \rangle^A \langle \mathbf{v}_\alpha \rangle) - \sum_{B \neq A} R_{\alpha B}$$

gdzie

$$R_{\alpha B} = \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} \rho_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_{AB}) \cdot \mathbf{n}_{AB} dA$$

$$\sum_{\alpha} R_{\alpha B} = R_{AB}$$

Zakładając, że w fazie wieloskładnikowej nie występują źródła masy, zapisujemy powyższe równanie w postaci

$$\begin{aligned} & \langle \rho_A \rangle^A \left( w_A \frac{\partial \langle c_\alpha \rangle^A}{\partial t} + \langle \mathbf{v}_A \rangle \cdot \nabla \langle c_\alpha \rangle^A \right) \\ &= -\nabla \cdot \langle \mathbf{j}_\alpha \rangle + \sum_{B \neq A} (\langle c_\alpha \rangle^A R_{AB} - R_{\alpha B}). \end{aligned}$$

### 8.2.3. Uśredniony bilans energii fazy

Uśredniając równanie bilansu energii, przy pominięciu źródła ciepła, mocy naprężeń lepkich i pracy dylatacji, dostajemy

$$w_A \langle \rho_A \rangle^A \frac{\partial \langle h_A \rangle^A}{\partial t} = - \langle \rho_A \rangle^A \langle \mathbf{v}_A \rangle \cdot \nabla \langle h_A \rangle^A - \nabla \cdot \langle \mathbf{q}_A \rangle + \sum_{B \neq A} \left( \langle h_A \rangle^A R_{AB} - H_{AB} \right)$$

gdzie

$$H_{AB} = -H_{BA}$$

$$= \frac{1}{V} \int_{A_{AB}} [\rho_A h_A (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_{AB}) + q_A] \cdot \mathbf{n}_{AB} dA$$

jest **strumieniem ciepła** wymianianym przez powierzchnię międzyfazową.

Korzystając z postulatu lokalnej równowagi termodynamicznej

$$\langle T \rangle = \langle T_A \rangle^A$$

oraz relacji

$$\langle h_A \rangle^A = h_A^o + C_A (\langle T \rangle - T_A^o)$$

$C_A$  – ciepło właściwe,

$h_A^o$  – entalpia właściwa w temperaturze  $T_A^o$ ,

$T_A^o$  – temperatura odniesienia.

zapisujemy powyższe równanie w postaci

$$w_A \langle \rho_A \rangle^A C_A \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = - \langle \rho_A \rangle^A C_A \langle \mathbf{v}_A \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle - \nabla \cdot \langle \mathbf{q}_A \rangle + \sum_{B \neq A} \left( \langle h_A \rangle^A R_{AB} - H_{AB} \right)$$

### 8.2.4. Uśrednione równania fizyczne fazy

Uśredniając prawo FICKA dostajemy

$$\langle \mathbf{j}_\alpha \rangle = -\langle \rho_A \rangle^A D_{eff} \nabla \langle c_\alpha \rangle^A$$

gdzie

$$D_{eff} = w_A D + D'$$

jest efektywnym współczynnikiem dyfuzji, natomiast  $D'$  – współczynnikiem zależnym od struktury ośrodka porowatego (krętości porów).

Uśredniając prawo FOURIERA otrzymujemy

$$\langle \mathbf{q}_A \rangle = -k_A^* \nabla \langle T_A \rangle^A$$

gdzie

$$k_A^* = w_A k_A + k_A'$$

jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego, natomiast  $k_A'$  – współczynnikiem zależnym od struktury ośrodka porowatego.

## 8.3. UŚREDNIONE RÓWNANIA BILANSOWE I FIZYCZNE OŚRODKA

### 8.3.1. Uśredniony bilans masy ośrodka

Sumując uśrednione równanie bilansu masy fazy po wszystkich fazach oraz uwzględniając warunek (wynikający z relacji  $R_{AB} = -R_{BA}$ )

$$\sum_A \sum_{B \neq A} R_{AB} = 0$$

otrzymujemy równanie

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} = -\nabla \cdot \langle \rho \mathbf{v} \rangle$$

W powyższym równaniu występuje średnia gęstość pozorna

$$\langle \rho \rangle = \sum_A w_A \langle \rho_A \rangle^A$$

oraz średni strumień masy

$$\langle \rho \mathbf{v} \rangle = \sum_A \langle \rho_A \rangle^A \langle \mathbf{v}_A \rangle$$

### 8.3.2. Uśredniony bilans energii ośrodka

Sumując uśrednione równanie bilansu energii fazy po wszystkich fazach oraz uwzględniając warunek (wynikający z relacji  $H_{AB} = -H_{BA}$ )

$$\sum_A \sum_{B \neq A} H_{AB} = 0$$

otrzymujemy równanie

$$\begin{aligned} \langle \rho \rangle C \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = & - \sum_A \langle \rho_A \rangle^A C_A \langle \mathbf{v}_A \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle \\ & - \nabla \cdot \langle \mathbf{q} \rangle + \sum_A \sum_{B \neq A} \langle h_A \rangle^A R_{AB} \end{aligned}$$

W powyższym równaniu występuje **średnie ciepło właściwe**

$$C = \frac{\sum_A w_A \langle \rho_A \rangle^A C_A}{\langle \rho \rangle}$$

oraz **wektor efektywnego strumienia ciepła**

$$\langle \mathbf{q} \rangle = \sum_A \langle \mathbf{q}_A \rangle$$

Można wykazać, że w przypadku fazy wieloskładnikowej

$$\langle h_A \rangle^A R_{AB} = \sum_\alpha \langle h_\alpha \rangle^A R_{\alpha B}$$

### 8.3.3. Uśrednione prawo FOURIERA

Podstawiając uśrednione prawo FOURIERA fazy do wektora efektywnego strumienia ciepła dostajemy

$$\langle \mathbf{q} \rangle = -k_{eff} \nabla \langle T \rangle$$

gdzie

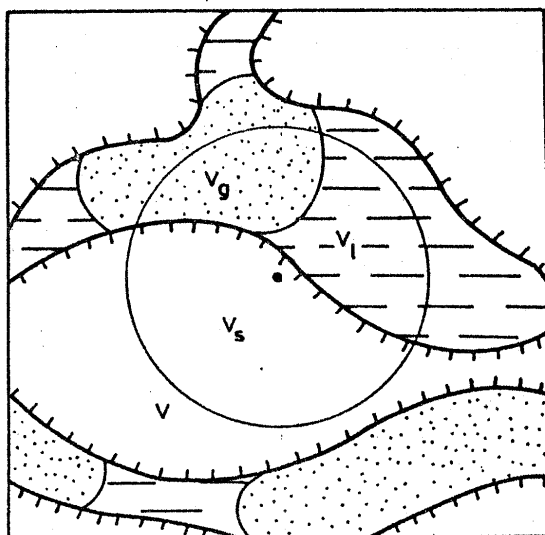
$$k_{eff} = \sum_A k_A^* = \sum_A (w_A k_A + k_A')$$

jest **efektywnym współczynnikiem przewodności cieplnej**.

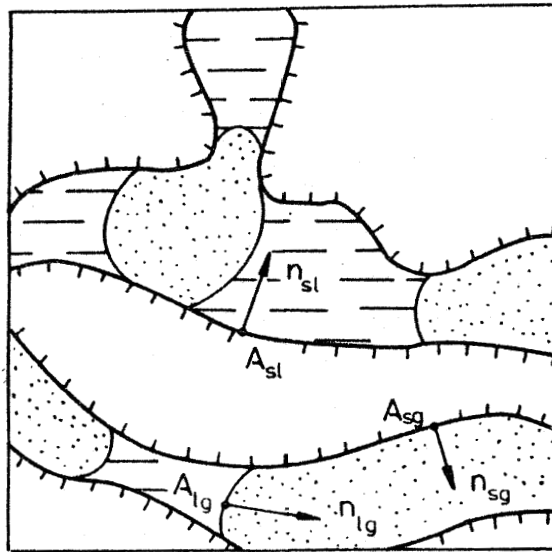
#### 8.4. NIENASYCONY OŚRODEK POROWATY

Rozważmy materiał przegrody budowlanej, modelowany **trójfazowym**,  $N = 3$  **nienasyconym ośrodkiem porowatym**, składającym się ze **szkieletu** (fazy stałej),  $P_1 = P_S$  oraz **porów wypełnionych wodą** (fazą ciekłą),  $P_2 = P_L$  i **wilgotnym powietrzem** (fazą gazową),  $P_3 = P_G$ , będącym **dwuskładnikową mieszaniną**,  $n = 2$ , **parą wodnej**,  $C_1 = C_v$  i **suchego powietrza**,  $C_2 = C_a$ .

Dolny wskaźnik wyróżniający wielkości przypisane dowolnej fazie ośrodka, będziemy zastępować literami  $S, L$  lub  $G$ , natomiast dolny wskaźnik symbolizujący wielkości przypisane dowolnemu składnikowi fazy tworzącej mieszaninę, zastąpimy literami  $v$  lub  $a$ .



Rys. 8.7. Nienasycony ośrodek porowaty



Rys. 8.8. Powierzchnie graniczne w nienasyconym ośrodku porowatym

#### Założenia upraszczające

- ośrodek jest kapilarno-porowaty (siły kapilarne dominują nad siłą ciężkości),
- szkielet jest nieruchomy  $\mathbf{v}_S \equiv 0$ ; materiał szkieletu jest jednorodny i nieodkształcalny  $\rho_S \equiv \text{const.}$ ,  $w_S \equiv \text{const.}$ ,
- woda jest cieczą nieściśliwą  $\rho_L \equiv \text{const.}$ ,
- wilgotne powietrze ma stałą gęstość  $\rho_G \equiv \text{const.}$  i jest nieruchome  $\mathbf{v}_G \equiv 0$ ,
- na powierzchniach  $A_{SL}$  i  $A_{SG}$  nie zachodzą przemiany fazowe  $\mathbf{v}_{SL} = \mathbf{v}_{SG} \equiv 0$ ,  $R_{SL} = R_{SG} \equiv 0$ ,  $R_{aL} \equiv 0$ .



### 8.4.1. Uśrednione równania przenoszenia masy

- równanie przyływu wody

$$\rho_L \frac{\partial w_L}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_L \langle \mathbf{v}_L \rangle) + R_{vL}$$

gdzie

$$\begin{aligned} R_{GL} &= -R_{LG} = R_{vL} \\ &= \frac{1}{V} \int_{A_{GL}} \rho_v (\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_{GL}) \cdot \mathbf{n}_{GL} dA \end{aligned}$$

- równanie przepływu wilgotnego powietrza

$$\rho_G \frac{\partial w_G}{\partial t} = -R_{vL}$$

- równanie dyfuzji pary wodnej

$$\rho_G w_G \frac{\partial \langle c_v \rangle^G}{\partial t} = -\nabla \cdot \langle \mathbf{j}_v \rangle + (\langle c_v \rangle^G - 1) R_{vL}$$

Ponieważ w warunkach występujących w przegrodzie budowlanej  $\langle c_v \rangle^G \ll 1$ , zatem powyższe równanie przyjmuje postać

$$\rho_G w_G \frac{\partial \langle c_v \rangle^G}{\partial t} = -\nabla \cdot \langle \mathbf{j}_v \rangle - R_{vL}$$

Do powyższych równań dołączamy:

- **gęstość strumienia wody**

$$\rho_L \langle \mathbf{v}_L \rangle = -\rho_L D_L \nabla w$$

$D_L$  – współczynnik przepuszczalności,

- **prawo FICKA**

$$\langle \mathbf{j}_\alpha \rangle = -\langle \rho_A \rangle^A D_{eff} \nabla \langle c_\alpha \rangle^A$$

#### 8.4.2. Uśrednione równanie przenoszenia energii

$$\langle \rho \rangle C \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = -\rho_L C_L \langle \mathbf{v}_L \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle - \nabla \cdot \langle \mathbf{q} \rangle + L_{vL} R_{vL}$$

W równaniu tym występuje:

- **gęstość pozorna**

$$\langle \rho \rangle = w_S \rho_S + w_L \rho_L + w_G \rho_G$$

- **ciepło właściwe**

$$C = \frac{w_S \rho_S C_S + w_L \rho_L C_L + w_G \rho_G C_G}{\langle \rho \rangle}$$

- **ciepło kondensacji**

$$L_{vL} = \langle h_v \rangle^G - \langle h_L \rangle^L$$

Do powyższego równania dołączamy **prawo FOURIERA**

$$\langle \mathbf{q} \rangle = -k_{eff} \nabla \langle T \rangle$$

gdzie

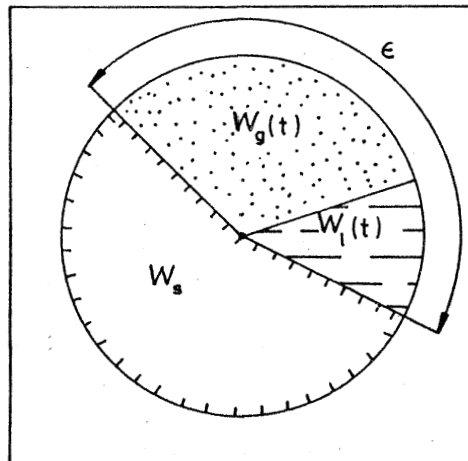
$$k_{eff} = w_S k_S + w_L k_L + w_G k_G + k'_S + k'_L + k'_G$$

Przyjmując  $k'_S = k'_L = k'_G \cong 0$  oraz wykorzystując wzór określający **porowatość** ośrodka

$$\epsilon = 1 - w_S = w_L + w_G = \text{const.}$$

sprowadzamy powyższą zależność do postaci

$$k_{eff}(w_L) = k_S + \epsilon (k_G - k_S) + w_L (k_L - k_G)$$



Rys. 8.9. Jednostkowy element objętości

Ponieważ  $k_G \ll k_S$  oraz  $k_G \ll k_L$ , zatem

$$k_{eff}(w_L) = k_{dry} + w_L k_L$$

gdzie

$$k_{dry} = (1 - \epsilon) k_S$$

Wynika stąd, że

$$k_{eff}(w_L = 0) = k_{dry}$$

oraz

$$k_{eff}(w_L = \epsilon) = k_{dry} + \epsilon k_L$$

### 8.4.3. Zestawienie równań

Podstawiając do równań bilansowych

$$\rho_L \frac{\partial w_L}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_L \langle \mathbf{v}_L \rangle) + R_{vL}$$

$$\rho_G w_G \frac{\partial \langle c_v \rangle^G}{\partial t} = -\nabla \cdot \langle \mathbf{j}_v \rangle - R_{vL}$$

$$\langle \rho \rangle C \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = -\rho_L C_L \langle \mathbf{v}_L \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle - \nabla \cdot \langle \mathbf{q} \rangle + L_{vL} R_{vL}$$

równania fizyczne

$$\rho_L \langle \mathbf{v}_L \rangle = -\rho_L D_L \nabla w_L$$

$$\langle \mathbf{j}_\alpha \rangle = -\langle \rho_A \rangle^A D_{eff} \nabla \langle c_\alpha \rangle^A$$

$$\langle \mathbf{q} \rangle = -k_{eff} \nabla \langle T \rangle$$

otrzymujemy następujący układ trzech **sprzężonych, nieliniowych równań** różniczkowych cząstkowych:

$$\rho_L \frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_L D_L \nabla w) + R$$

$$\rho_G (\epsilon - w) \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_G D_{eff} \nabla c) - R$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = C_L (\rho_L D_L \nabla w) \cdot \nabla T + \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) + LR$$

W powyższych równaniach pominięto symbole uśredniania i uproszczono oznaczenia, podstawiając:  $w_L \equiv w$ ,  $\langle c_v \rangle^G \equiv c$ ,  $\langle T \rangle \equiv T$ ,  $\langle \rho \rangle \equiv \rho$ ,  $R_{vL} \equiv R$  oraz  $L_{vL} \equiv L$ .

Jeśli wyznaczymy doświadczalnie współczynniki określające właściwości materiału porowatego:  $D_L, D_T, D_{eff}$  i  $k_{eff}$ , oraz szybkość kondensacji  $R$ , to z powyższego układu równań możemy wyznaczyć:  $w(\mathbf{x}, t)$ ,  $c(\mathbf{x}, t)$  oraz  $T(\mathbf{x}, t)$ .